

Anwendung mit Operationsverstärker

Stabilisierung einer instabilen Übertragungstrecke 3-ter Ordnung mit Hilfe eines PID-Reglers

Laborbericht
an der Fachhochschule Zürich

vorgelegt von

Samuel Benz

Leiter der Arbeit: B. Obrist
Fachhochschule Zürich

Zürich, 18. August 2003 Samuel Benz

Inhaltsverzeichnis

1	Vorgaben	1
2	Aufgaben und Auswertungen	4
2.1	Übertragungsfunktion der Strecke	4
2.2	Dimensionierung der Übertragungsstrecke	5
2.3	Stabilität der Übertragungsstrecke	5
2.4	Übertragungsfunktion der Strecke mit PID	7
2.5	PID mit Phasenrand von 45°	7
2.6	Aufbau der Übertragungsstrecke	7
2.7	Aufbau des PID	9
2.8	Bodediagramm der offenen Schlaufe	9
2.9	Schrittantwort der geregelten Strecke	9
A	Messmittel	16

Kapitel 1

Vorgaben

Ein grosser Teil von technischen Signalübertragungsstrecken können durch mehrere in kaskade geschaltene Übertragungsstrecken 1. Ordnung dargestellt werden.

Aufgrund der Stabilitätstheorie weist jedoch eine Übertragungsstrecke dritter Ordnung mit Einheitsrückführung bei genügend grosser Verstärkung ein instabiles Verhalten auf. Das Ziel dieses Versuches besteht nun im Aufbau einer instabilen Übertragungsstrecke nach Abbildung 1.1 und 1.2. Diese Strecke soll anschliessend mit Hilfe eines PID-Reglers (entsprechend Abbildung 1.3 und 1.4) stabilisiert werden.

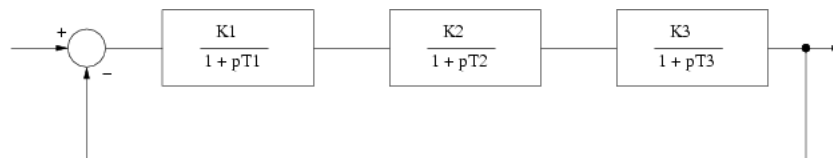


Abbildung 1.1: Verzögerungsstrecke 3-ter Ordnung

Die Übertragungsstrecke soll den Frequenzgang nach Abbildung 1.5 aufweisen.

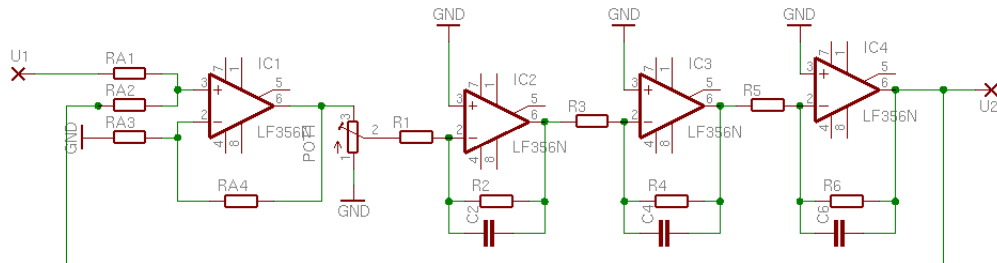


Abbildung 1.2: Aufbau Verzögerungsstrecke 3-ter Ordnung

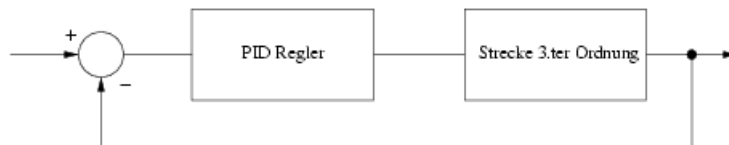


Abbildung 1.3: Strecke mit PID

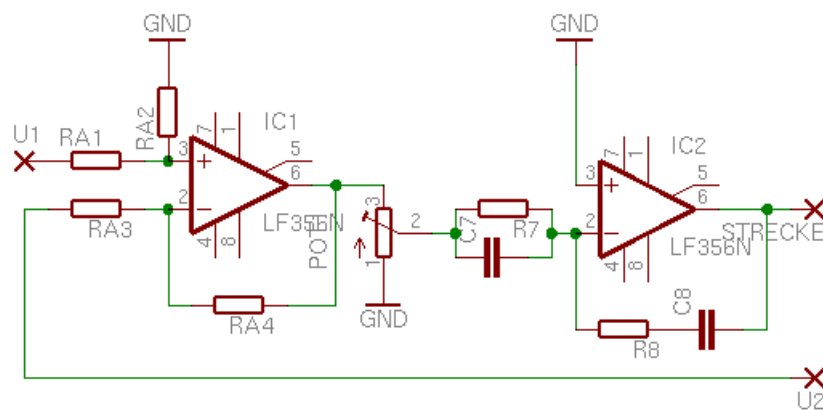


Abbildung 1.4: Aufbau des PID

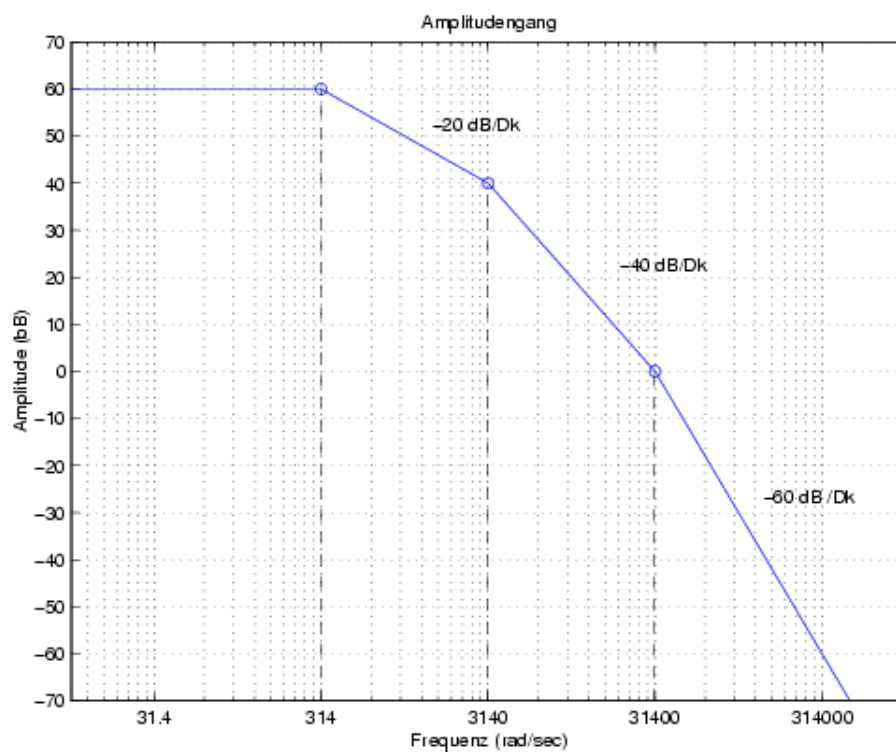


Abbildung 1.5: Frequenzgang der Verzögerungsstrecke 3-ter Ordnung

Kapitel 2

Aufgaben und Auswertungen

2.1 Übertragungsfunktion der Strecke

Man berechne die Übertragungsfunktion $U_2(s)/U_1(s) = G_{tot}(s)$ der geschlossenen Übertragungsstrecke nach Abbildung 1.1 in Funktion der aus Abbildung 1.5 zu entnehmenden Zeitkonstanten.

$$G_1(s) = \frac{K_1}{1 + sT_1} = \frac{10}{1 + 3.18 * 10^{-4}s} \quad (2.1)$$

$$G_2(s) = \frac{K_2}{1 + sT_2} = \frac{10}{1 + 3.18 * 10^{-5}s} \quad (2.2)$$

$$G_3(s) = \frac{K_3}{1 + sT_3} = \frac{10}{1 + 3.18 * 10^{-6}s} \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} G_{offen}(s) &= G_1(s) * G_2(s) * G_3(s) \\ &= \frac{1000}{1 + 3.53 * 10^{-4}s + 1.12 * 10^{-8}s^2 + 3.23 * 10^{-14}s^3} \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} G_{tot}(s) &= \frac{G_{offen}(s)}{1 + G_{offen}(s)} = \\ &= \frac{1000 + 0.35s + 1.12 * 10^{-5}s^2 + 3.23 * 10^{-11}s^3}{1001 + 0.35s + 1.14 * 10^{-5}s^2 + 4.03 * 10^{-11}s^3 + 1.5 * 10^{-16}s^4 + 7.25 * 10^{-22}s^5 + 1.04 * 10^{-27}s^6} \end{aligned} \quad (2.5)$$

2.2 Dimensionierung der Übertragungsstrecke

Man dimensioniere die in Abbildung 1.2 gegebene Übertragungsstrecke, bestehend aus drei Verzögerungsglieder 1. Ordnung so, dass diese den in Abbildung 1.5 dargestellten Frequenzgang aufweist.

Die Verstärkung von $60dB$ verteilt sich auf die drei Verstärkungsglieder zu gleichen Teilen (Formel 2.6). Anhand der Formel 2.7, lassen sich nun die Widerstandswerte jedes Gliedes bestimmen. Dabei gilt: $R_1 = R_3 = R_5$ und $R_2 = R_4 = R_6$. Mit den Knickpunkten des Bodediagrammes lassen sich nun noch die Kapazitäten berechnen. Dass der Addierer am Eingang eine Verstärkung von $v_u = 1$ bekommt, müssen alle Widerstandswerte gleich sein.

$$K_1 = K_2 = K_3 = \frac{60dB}{3} = \sqrt[3]{10^{\frac{60dB}{20}}} = 10 \quad (2.6)$$

$$v_u = \frac{R_2}{R_1} = 10 \rightarrow R_1 = 10k\Omega \rightarrow R_2 = 100k\Omega \quad (2.7)$$

$$C_2 = \frac{1}{R_2 * \omega} = \frac{1}{100k\Omega * 3.14 * 10^3 s^{-1}} = 3.18nF \quad (2.8)$$

$$C_4 = \frac{1}{R_4 * \omega} = \frac{1}{100k\Omega * 3.14 * 10^4 s^{-1}} = 318pF \quad (2.9)$$

$$C_6 = \frac{1}{R_6 * \omega} = \frac{1}{100k\Omega * 3.14 * 10^5 s^{-1}} = 31.8pF \quad (2.10)$$

2.3 Stabilität der Übertragungsstrecke

Mit Hilfe des Stabilitätskriterium nach Bode zeige man, dass die Übertragungsstrecke $G_{tot}(s)$ nach Abbildung 1.1 ein instabiles Verhalten aufweist.

Die Stabilität wird mittels Bodediagramm (Abbildung 2.1) der offenen Schleife (Formel 2.4) gestimmt. Ist die Phase bei einer Verstärkung von $0dB$ kleiner oder gleich -180° ist die Übertragungsstrecke instabil.

Wie in Abbildung 2.1 zu erkennen ist, ergibt sich bei der Verstärkung von $0dB$ ein Phasenrand von $\varphi_r = -33.6^\circ$. Dies bedeutet, dass die Übertragungsstrecke instabil ist.

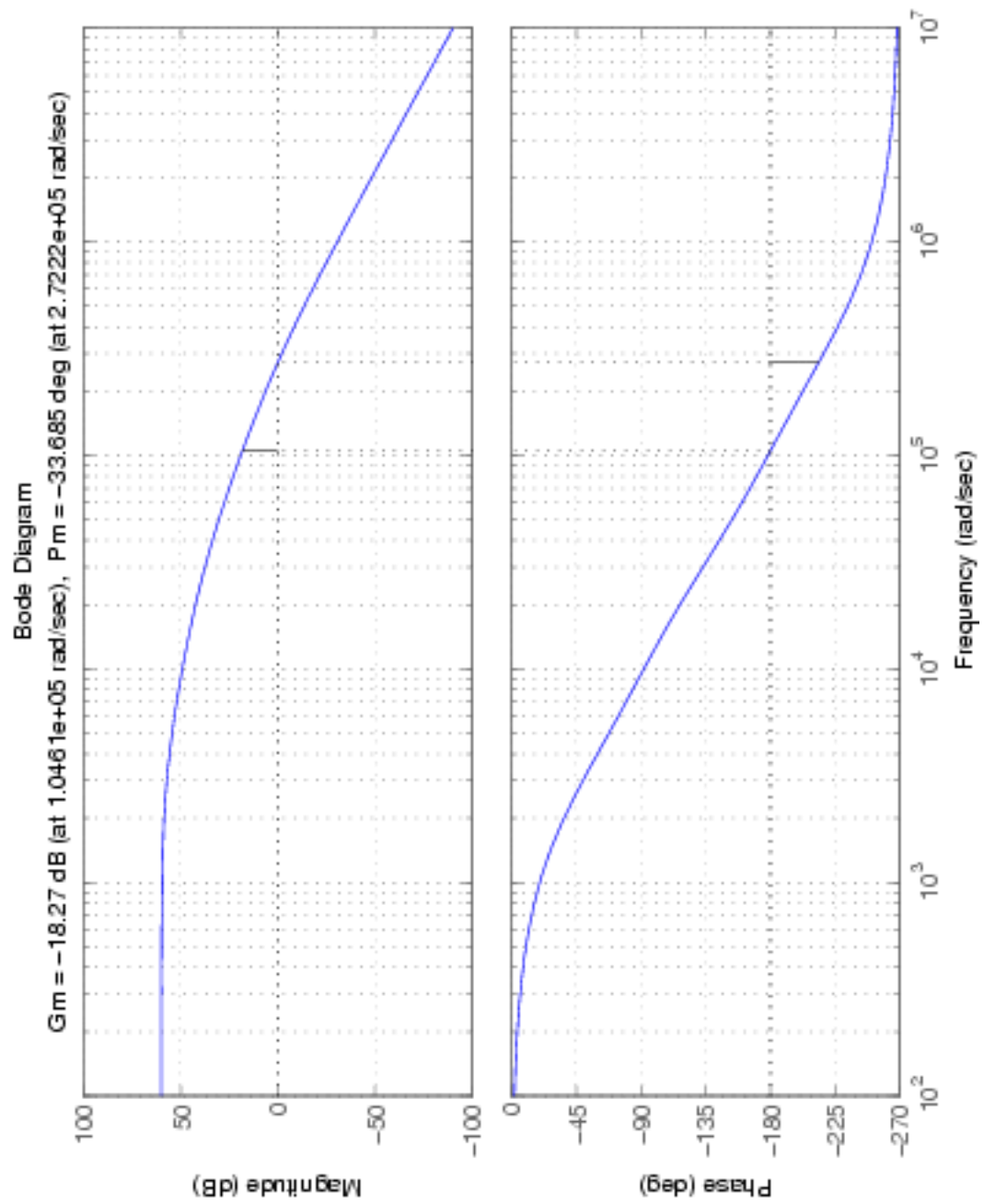


Abbildung 2.1: Gerechnetes Bodediagramm der offenen Übertragungsstrecke

2.4 Übertragungsfunktion der Strecke mit PID

Man berechne die Übertragungsfunktion $U_2(s)/U_1(s) = G_{tot}(s)$ der geschlossenen Übertragungsstrecke nach Abbildung 1.3. Die Zeitkonstanten des Reglers sind so zu wählen, dass die offene Regelstrecke bis zur Kreisfrequenz $1/T_3$ integrales Verhalten aufweist ($-20\text{dB}/\text{Dekade}$).

Die Übertragungsfunktion des PID-Reglers und der Übertragungsstrecke berechnet sich anhand der Formel 2.12, wobei die Übertragungsfunktion der Strecke aus der Aufgabe 2.1 bekannt ist (Formel 2.4). Das Resultat der Formel 2.11 ist graphisch in der Abbildung 2.2 zu sehen.

$$G_{offen} = \left(1 + \frac{1}{s * 3.18 * 10^{-4}} + s * 3.18 * 10^{-5}\right) * G_1(s) * G_2(s) * G_3(s) \quad (2.11)$$

$$G_{tot}(s) = \frac{G_{offen}(s)}{1 + G_{offen}(s)} \quad (2.12)$$

2.5 PID mit Phasenrand von 45°

Man dimensioniere den PID-Regler so, dass der Phasenrand der offenen Schlaufe $\varphi_r = 45^\circ$ beträgt.

Um den PID-Regler für einen Phasenrand von $\varphi_r = 45^\circ$ auszulegen, bestimmt man aus dem Bodediagramm (Abbildung 2.2) graphisch die nötige Verstärkung um bei $v_u = 0\text{dB}$ den geforderten Phasenrand zu erreichen.

Mit den erhaltenen Widerständen welche die Verstärkung bestimmen, müssen anhand der Knickfrequenzen die neuen Kapazitäten errechnet werden.

2.6 Aufbau der Übertragungsstrecke

Die Schaltung nach Abbildung 1.2 ist nun ohne den PID im Labor aufzubauen und in Betrieb zu nehmen. man zeige, dass für ein Eingangssignal $U_1(t) = 0\text{V}$ am Ausgang infolge der Instabilität des Systems ein sinusförmiges Signal $U_2(t)$ erscheint. Mit welcher Frequenz schwingt das Signal $U_2(t)$? Die Amplitudenstabilität soll mit dem Potentiometer $Pot1 = 10\text{k}\Omega$ eingestellt werden.

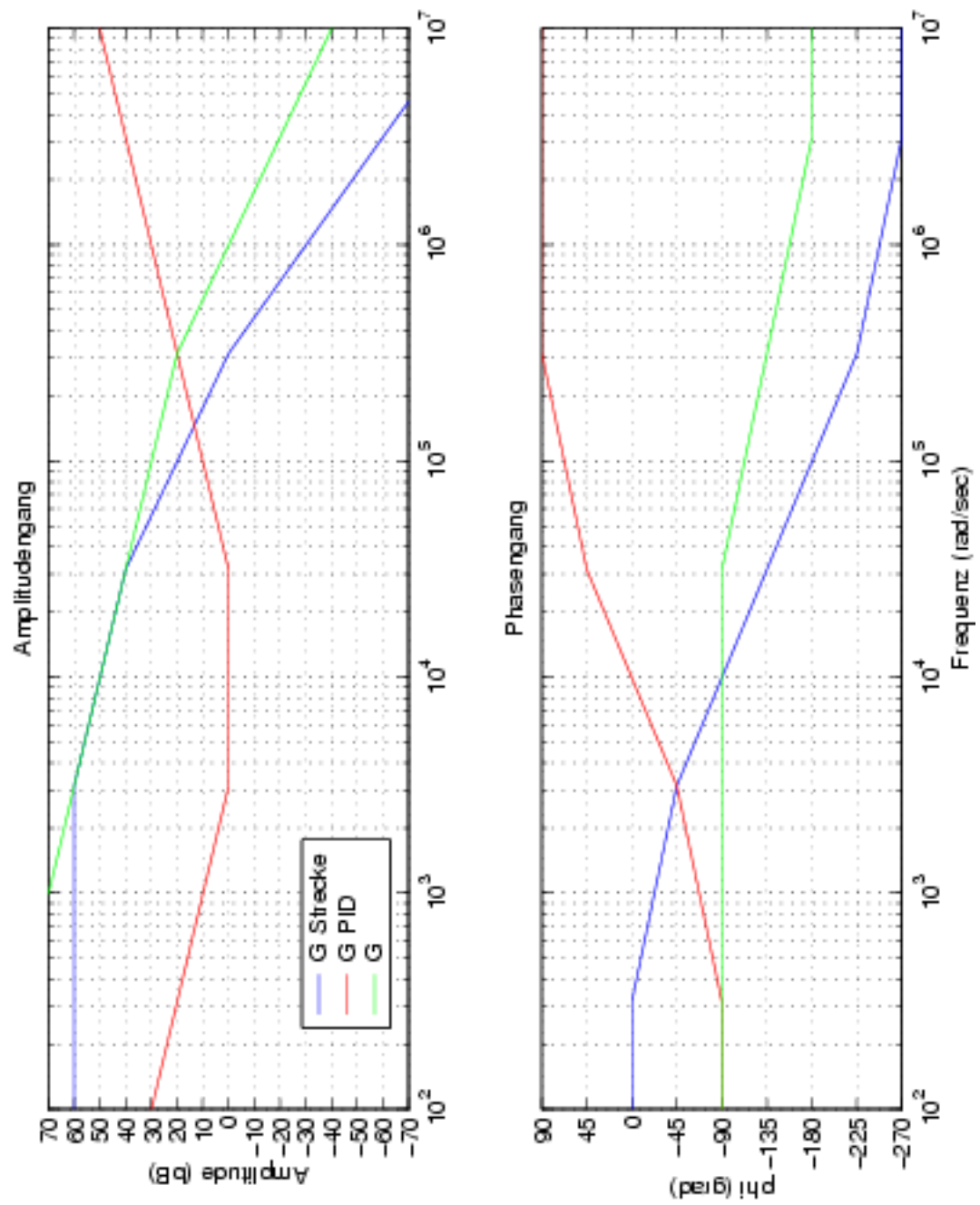


Abbildung 2.2: Bodediagramm der offenen Übertragungsstrecke mit PID-Regler

Die Übertragungsstrecke wurde gemäss Abbildung 2.3 aufgebaut. Die Schaltung schwingt mit einer Frequenz $f = 15kHz$ (Abbildung 2.4).

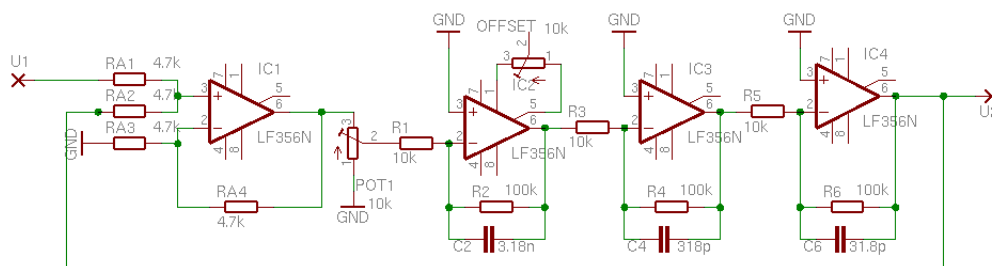


Abbildung 2.3: Aufbau der Übertragungsstrecke

2.7 Aufbau des PID

Nun nehme man die Schaltung nach Abbildung 1.4 mit dem PID-Regler in Betrieb. man zeige, dass die gegengekoppelte Übertragungsstrecke durch Einführung des PID-Reglers ein stabiles Verhalten aufweist.

Die Schaltung wurde gemäss Abbildung 2.5 aufgebaut. Sie ist stabil.

2.8 Bodediagramm der offenen Schlaufe

Durch eine Messung bestimme man den Amplituden- und Phasengang der offenen Schlaufe, bestehend aus Regler plus Übertragungsstrecke für einen Phasenrand von $\varphi_r = 45^\circ$.

Der gemessene Amplituden- und Phasengang ist in Abbildung 2.6 zu sehen. Um diesen messen zu können musste man in der Schaltung bei geschlossenem Regelkreis, den Ein- und Ausgang der Strecke mit PID messen und den Quotienten bilden. Dies ergibt die Verstärkung.

2.9 Schrittantwort der geregelten Strecke

Man oszillographiere die Schrittantworten der stabilisierten Übertragungsstrecke für folgende Phasenränder φ_r :

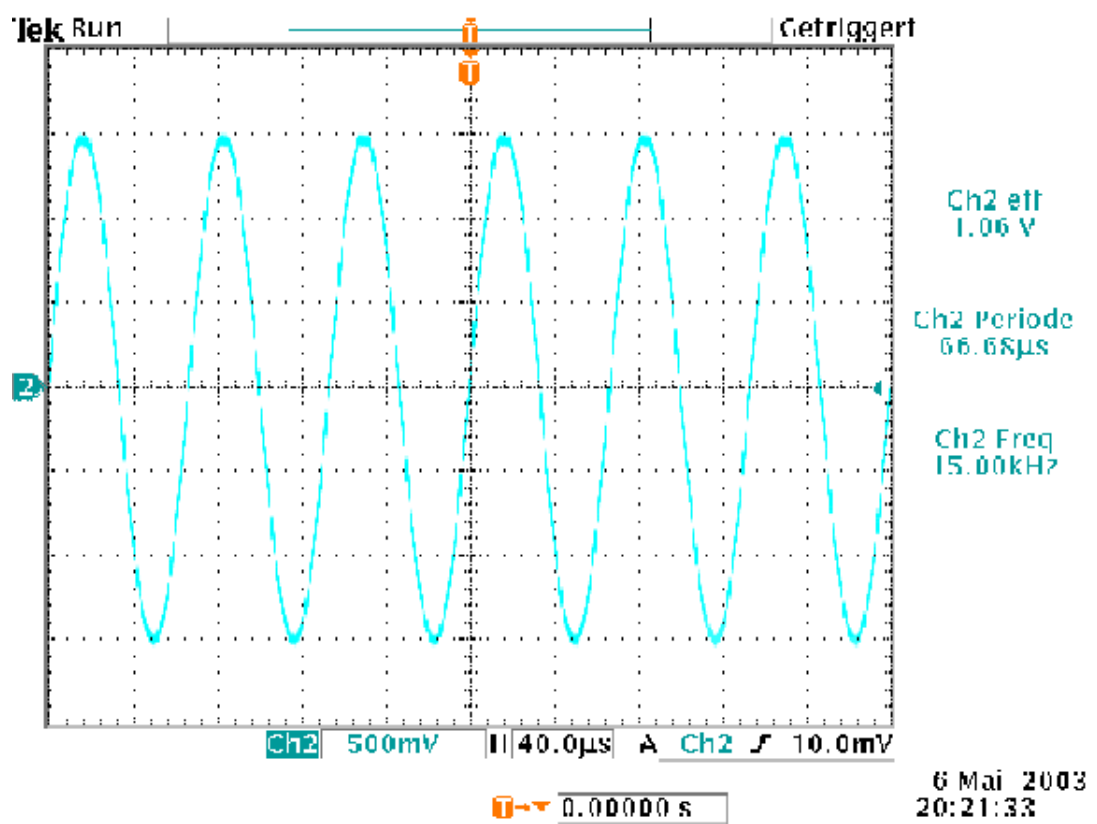


Abbildung 2.4: Oszillogramm der schwingenden Übertragungsstrecke

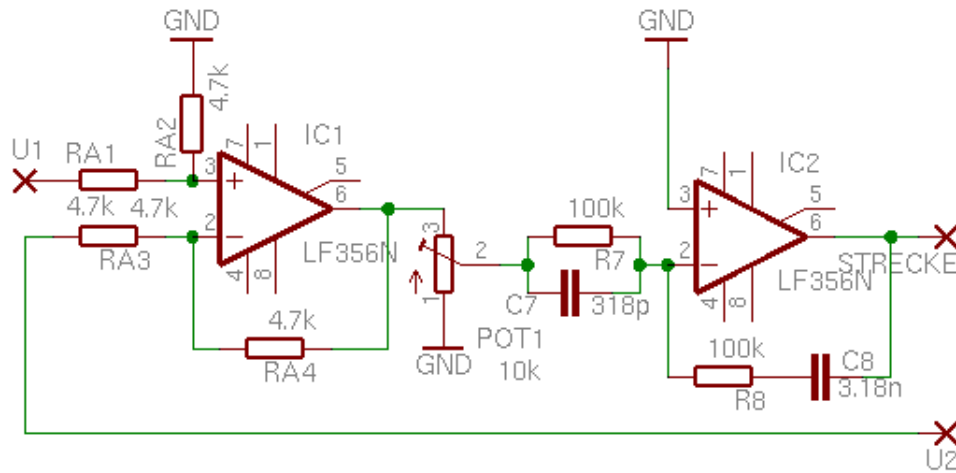


Abbildung 2.5: Aufbau des PID-Reglers

- a) $\varphi_r = 60^\circ$
- b) $\varphi_r = 45^\circ$
- c) $\varphi_r = 20^\circ$

Der Phasenrand soll mit dem Potentiometer verstellt werden. Die Zeitkonstanten des PID-Reglers sollen dabei unverändert bleiben.

Die Oszillogramme sind für $\varphi_r = 60^\circ$ in Abbildung 2.7, für $\varphi_r = 45^\circ$ in Abbildung 2.8 und für $\varphi_r = 20^\circ$ in Abbildung 2.9 zu sehen.

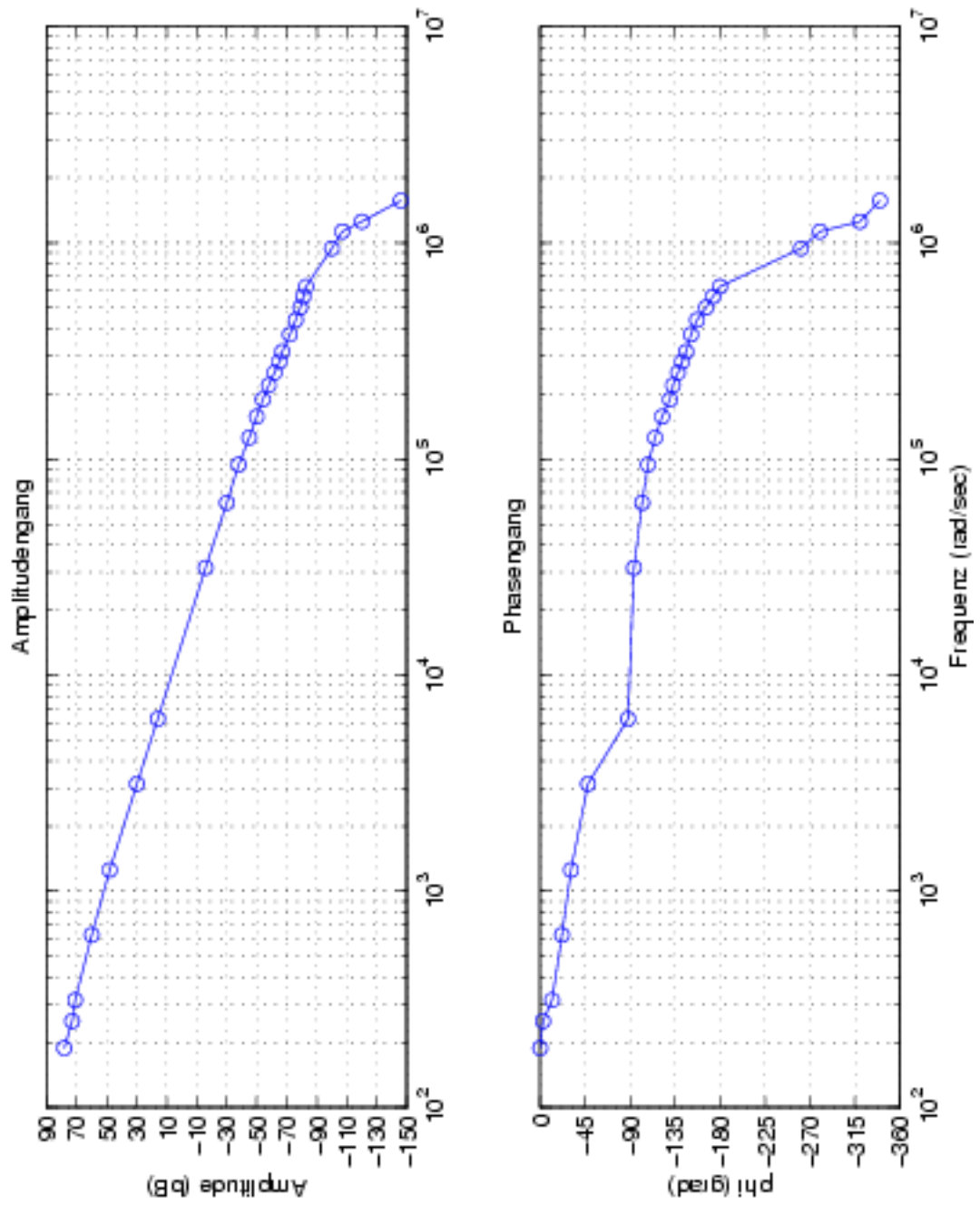
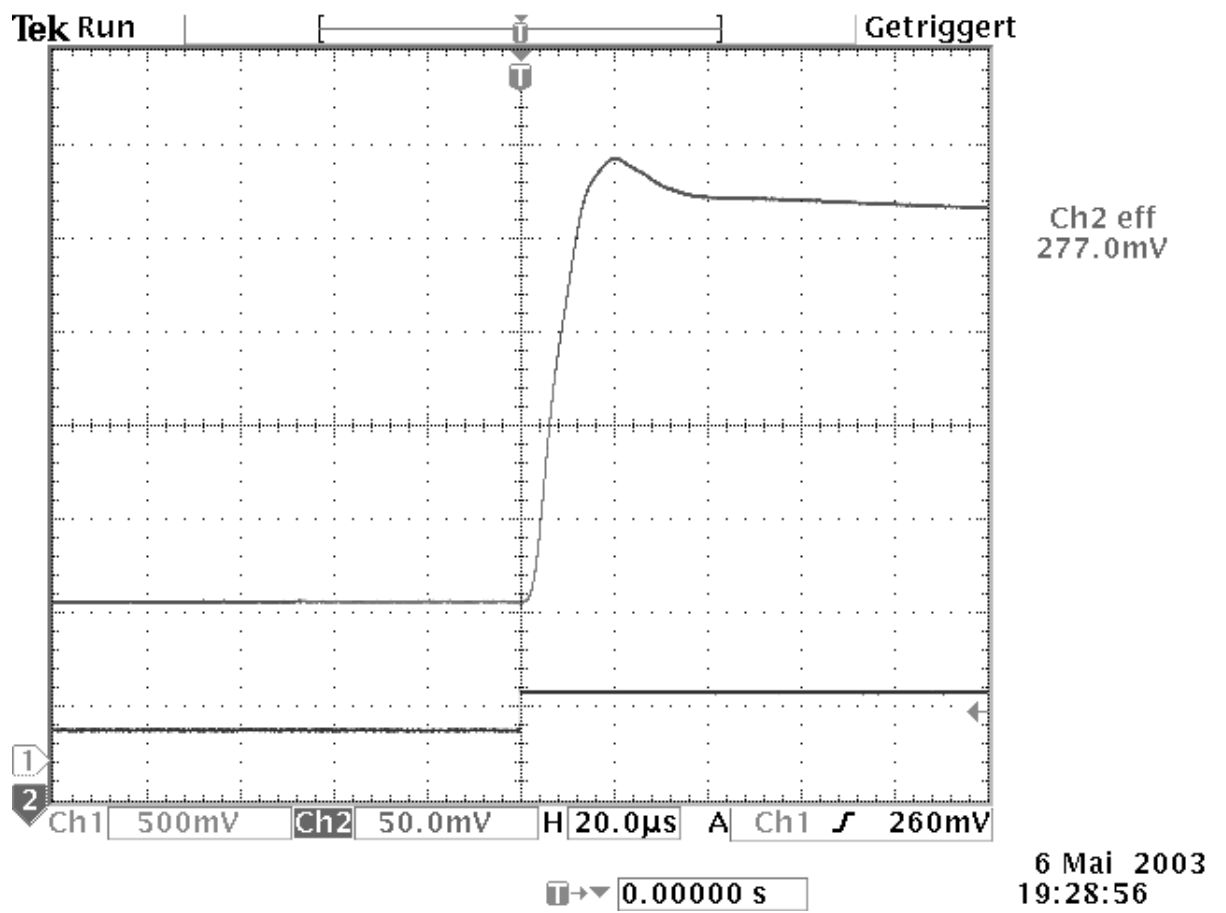


Abbildung 2.6: gemessener Amplitud- Phasengang der offenen Schlaufe

Abbildung 2.7: Sprungantwort bei $\varphi_r = 60^\circ$

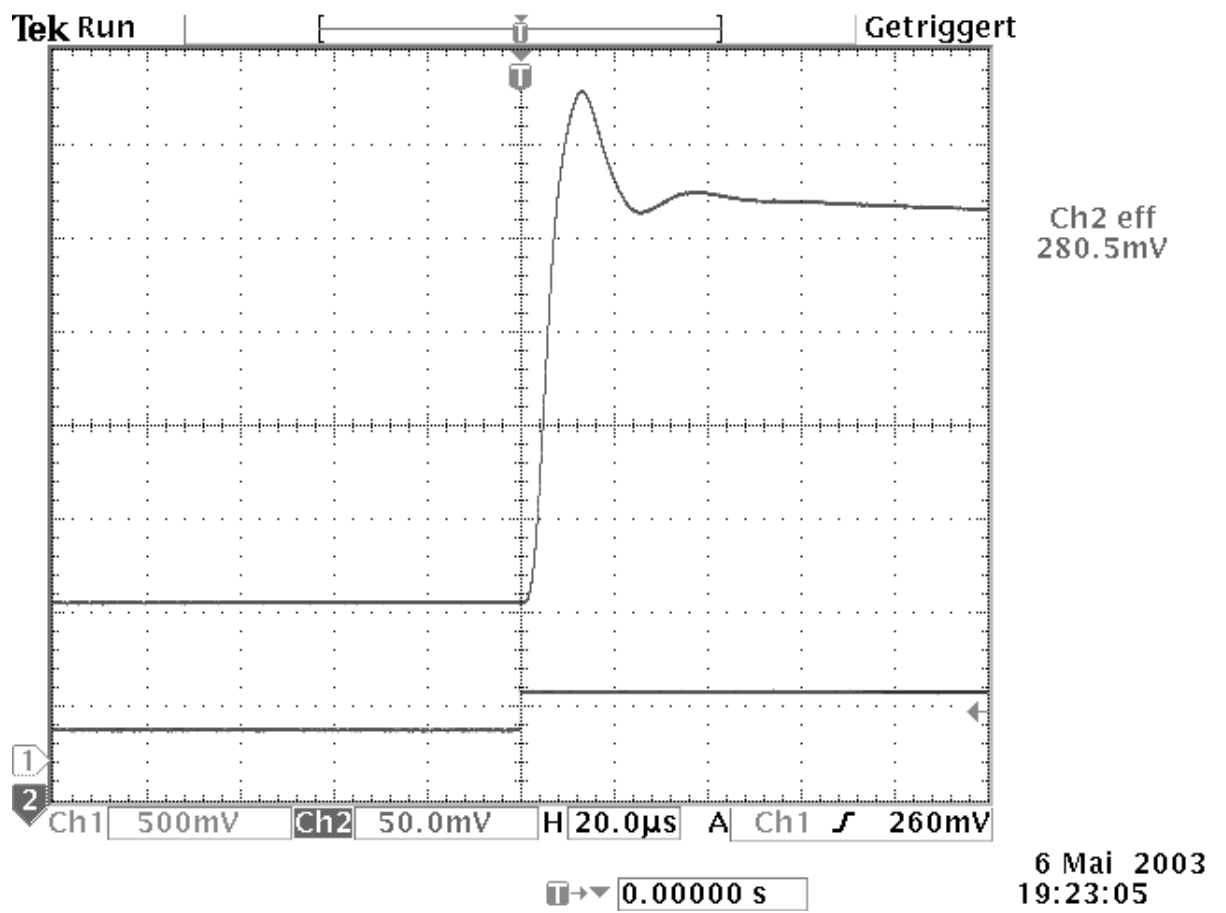


Abbildung 2.8: Sprungantwort bei $\varphi_r = 45^\circ$

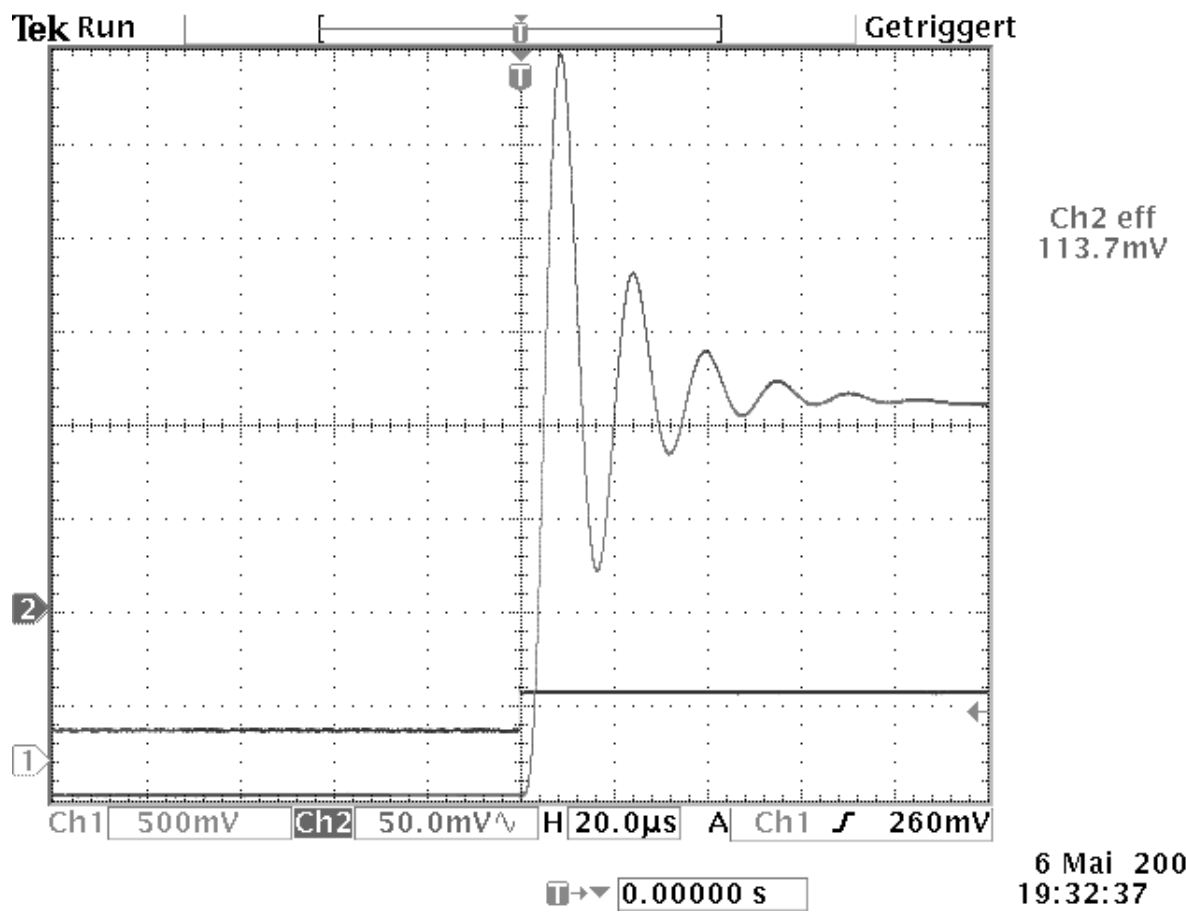


Abbildung 2.9: Sprungantwort bei $\varphi_r = 20^\circ$

Anhang A

Messmittel

DB-Voltmeter: Helwet Packard 400E
1mW 600 Ohm
536-08197 / 536-08323

Function Generator: Stanford Research Systems DS 345
50 Ohm
26367

KO: Metrix OX 8100
149587WHF

Multimeter: Helwet Packard 34401A
3146A30213